Corrigé du livret de révision de mathématiques 3ème/2nde
Rentrée 2014

Statistiques

Exercice 1

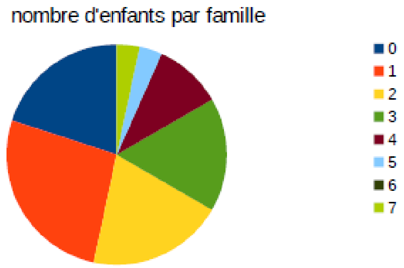
1. La population étudiée : 30 familles

Le caractère étudié : le nombre d'enfants par famille

L'effectif total : 30

2.

	0	1	2	3	4	5	6	7	Total
Effectifs	6	8	6	5	3	1	0	1	30
Angles	72	96	72	60	36	12	0	12	360



3. $(0\times6+1\times8+2\times6+3\times5+4\times3+5\times1+7\times1):30\approx1{,}97$ Le nombre moyen d'enfants par famille est 1,97
4. La médiane se situe entre la 15ème et la 16ème valeur, d'après le tableau des effectifs cumulés, c'est le nombre 2.

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	5	6	7
Effectifs	6	8	6	5	3	1	0	1
Effectifs cumulés	6	14	20	25	28	29	29	30

Le nombre médian d'enfants par famille est 2.

5. 30 :4 = 7,5 le premier quartile est la 8ème valeur, c'est le nombre 1.
   30 :4 × 3= 22,5 le troisième quartile est la 23ème valeur, c'est le nombre 3.
6.
   a. 25 familles ont au plus trois enfants. (6+8+6+5 : c'est l'effectif cumulé de 3)
   b. 10 familles ont au moins trois enfants. (5+3+1+1)

Exercice 2

1. Le nombre d'élèves de la classe est :
   2 + 5 + 2 + 2 + 3 + 2 + 7 + 2 = 25
2. Calcul de moyenne : $(8\times2+9\times5+10\times2+11\times2+12\times3+13\times2+14\times7+15\times2)\div25=10{,}68$
3. Pour trouver ce nombre on peut dresser le tableau des effectifs cumulés croissants :

Notes	8	9	10	11	12	13	14	15
effectifs	2	5	2	2	3	2	7	2
effectifs cumulés croissants	2	7	9	11	14	16	23	25

Le nombre qui sépare l'ensemble des résultats en deux groupes égaux correspond à la note du 13è élève ("celui du milieu" quand on classe les élèves "du plus faible au plus fort"). Cet élève se trouve "dans la case en jaune" (14). Sa note est 12 (en rouge). 12 est la médiane.

4) L'étendue des notes est la différence entre la plus haute et la plus basse note obtenues, soit : 15 – 8 = 7

Exercice 3

Le tableau ci-dessous présente la série de notes obtenues par les élèves de 3ème B lors du dernier devoir

0	5	6	8	9	11	12	13	15	18	19
2	2	2	6	2	1	4	3	3	1	1

1) L'effectif de la classe de 3ème B est : 2+2+2+6+2+1+4+3+3+1+1=27

2) La note moyenne de ce devoir est :

$$\frac{2\times0+2\times5+2\times6+\ldots+18\times1+19\times1}{27}=\frac{268}{27}$$

$$\frac{2\times0+2\times5+2\times6+6\times8+2\times9+1\times11+4\times12+3\times13+3\times15+1\times18+1\times19}{25}=\frac{268}{25}$$

Donc, la note moyenne de ce devoir arrondie au dixième est 09,9

3) Le pourcentage, arrondi à 1% près, de l’effectif total des élèves ayant obtenu une note inférieure ou égale à 8 est 44 % car l'effectif cumulé de la note est 2+2+2+6 = 12 élèves et $\frac{12}{27}\approx 0,44$.

4) La note médiane de cette série est la $14^{\text{ième}}$ note rangée par ordre croissant, soit 9/20

5) Les quartiles de cette série :

27 :4 = 6,75 le premier quartile est la $7^{\text{ème}}$ valeur, c’est la note 8.

27 :4 × 3= 20,25 le troisième quartile est la $21^{\text{ème}}$ valeur, c’est la note 13 .

6)

Note moyenne : Si tous les élèves de la classe avaient obtenu la même note, elle aurait été de 09,9.

La médiane : il y autant de personne ayant obtenu une note inférieure ou égale à 9 que de personnes ayant obtenu un note supérieure ou égale à 9.

Les quartiles : le quart au moins des élèves a obtenu une note inférieure ou égale à 8 et le quart au plus a obtenu une note supérieure ou égale à 13.

La différence entre la médiane et la moyenne tient au fait que 2 élèves ont obtenu la note minimale : la moyenne est sensible aux extrêmes, pas la médiane.

Probabilités

Exercice n°1

1. a. Le lancer du dé est une expérience aléatoire **car on ne peut pas prévoir avec certitude le résultat**. On est en présence d'une situation d'équiprobabilité car le dé cubique est **parfaitement équilibré**.

b. Donner :

- un événement impossible « Obtenir 7 »
- un événement certain « Obtenir un chiffre entre 0 et 7 »
- deux événements incompatibles « Obtenir un chiffre pair » et « Obtenir un chiffre impair ».
- la probabilité d'obtenir 4 est égale à $\frac{1}{6}$

2. a. Tableau :

1er dé / 2è dé	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

b. Les sommes possibles de cette expérience sont : **2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 12**

Elles **n'ont pas toutes la même probabilité** car certaines sommes apparaissent une seule fois tandis que d'autres apparaissent 2, 3, 4, 5 et même 6 fois.

c. Soit l'événement A « la somme est égale à 7 » alors p(A) = $\frac{6}{36} = \mathbf{\frac{1}{6}}$

d. Soit l'événement B « la somme est égale à 12 » alors p(B) = $\mathbf{\frac{1}{36}}$

e. Soit l'événement C « la somme est inférieure ou égale à 6 » alors p(C) = $\mathbf{\frac{15}{36}}$

Exercice n°2

1. Résultat de l'expérience : PF - PP - FP - FP - PF - FF - FP - PP - FP - PF - FF - FF - PF - PF - FF - FP - FP - FP - PP - PF

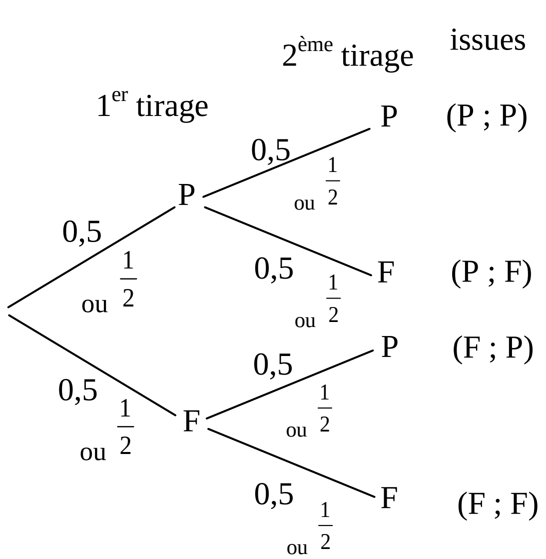
2. A partir des résultats précédents, on obtient :

Fréquence obtenue pour PP : $\frac{3}{20}$ = 0,15

Fréquence obtenue pour PF : $\frac{13}{20}$ = 0,65

Fréquence obtenue pour FF : $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$ = 0,2

3. On a l'arbre des probabilités ci-contre :



Soit A l'évènement « le résultat est PP », alors

p(A) = 0,5 × 0,5 = 0,25 $\left(\text{ou P(A)} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}\right)$

Soit C l'évènement « le résultat est FF », alors

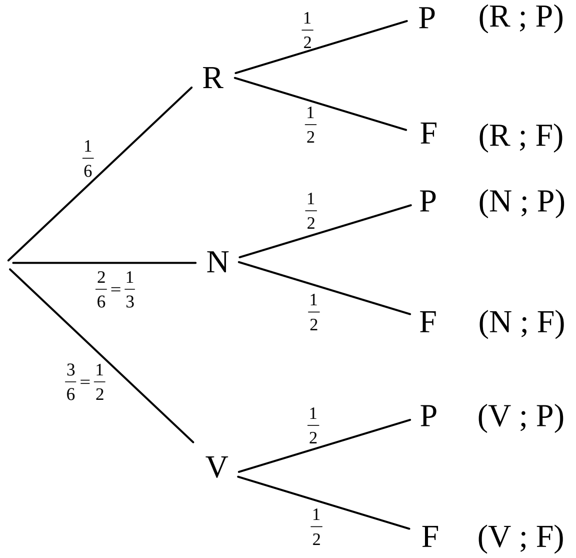
p(C) = 0,5 × 0,5 = 0,25 $\left(\text{ou P(C)} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}\right)$

Soit B l'évènement « le résultat est PF », alors

p(B) = 0,5 × 0,5 + 0,5 × 0,5 = 0,25 + 0,25 = 0,5 $\left(\text{ou P(B)} = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}\right)$

Exercice n°3

1. Arbre de probabilité :



2. p(VP) = $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ = 0,25

La probabilité d'obtenir Vert et Pile est de $\frac{1}{4}$ ou 0,25.

Calculs numériques

Exercice 1 :

$A=(-2)\times(-5-2)-4-8=(-2)\times(-7)-12=14-12=2$;

$B=-5\times[-3-(-6)]-(14-29):(-3)=-5\times(-3+6)-(-15):(-3)=-5\times3-5=-15-5=-20$;

$C=2{,}5\times(2-0{,}4)-1{,}6\times1{,}875+(-5)=2{,}5\times1{,}6-3-5=4-8=-4$;

$D=\left(6\times\left(-\frac{5}{6}\right)-3\right)\times\left(21\times\left(-\frac{4}{7}\right)+13\right)=(-5-3)\times(-12+13)=-8\times1=-8$;

$E=1-\frac{7}{3}\times\frac{2}{7}=1-\frac{2}{3}=\frac{3}{3}-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$;

$F=\frac{5}{3}-\frac{5}{3}\times\frac{1}{6}=\frac{5}{3}-\frac{5}{18}=\frac{30}{18}-\frac{5}{18}=\frac{25}{18}$ (Attention : la multiplication est prioritaire) ;

$G=\frac{2}{3}-\frac{1}{7}:\frac{2}{21}=\frac{2}{3}-\frac{1}{7}\times\frac{21}{2}=\frac{2}{3}-\frac{3}{2}=\frac{4}{6}-\frac{9}{6}=-\frac{5}{6}$;

$$H=\frac{\frac{7}{4}-1}{2-\frac{1}{12}+\frac{1}{4}}=\frac{\frac{7}{4}-\frac{4}{4}}{\frac{24}{12}-\frac{1}{12}+\frac{3}{12}}=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{26}{12}}=\frac{3}{4}\times\frac{12}{26}=\frac{9}{26}.$$

Exercice 2 :

Il y a 4 nombres négatifs. Donc, 4 étant pair, E est positif.

Puissances

1. $8\times10^{-4}=0,0008$
2. $4=4^1$; $\frac{1}{16}=\frac{1}{4^2}=4^{-2}$; $16^3=(4^2)^3=4^6$; $\frac{1}{64}=\frac{1}{4^3}=4^{-3}$
3. $7^2\times7^{-5}\times7^{-4}=7^{2-5-4}=7^{-7}$; $\frac{(5^5)^3}{5^2\times5}=\frac{5^{15}}{5^3}=5^{15-3}=5^{12}$
4. $2^7\times5^7=10^7=10000000$
5. $24\ 789\ 000=2,4789\times10^7$; $70,1\times10^{-4}=7,01\times10^{-3}$

Calcul littéral

Exercice 1

$A=11x-(-2x+7)$
$A=11x+2x-7$
$A=13x-7$

$B=5+(3x+4)\times3$
$B=5+9x+12$
$B=9x+17$

$C=5(-3x+4)-2x(3x-4)$
$C=-15x+20-6x^2+8x$
$C=-6x^2-7x+20$

$D=(5x-3)(-4x+7)$
$D=-20x^2+35x+12x-21$
$D=-20x^2+47x-21$

Exercice 2

$M=15x^2-9x$
$M=3\times5\times x\times x-3\times3\times x$
$M=3x(5x-3)$

$O=(2x-3)(5-x)+(2x-3)(3x+4)$
$O=(2x-3)[(5-x)+(3x+4)]$
$O=(2x-3)(5-x+3x+4)$
$O=(2x-3)(9+2x)$

$P=(-x-5)(2x+7)+(-x-5)$
$P=(-x-5)[(2x+7)+1]$
$P=(-x-5)(2x+7+1)$
$P=(-x-5)(2x+8)$

Identités remarquables

Exercice 1

$A=(3x+2)^2$
$A=9x^2+12x+4$

$B=(1-2x)^2$
$B=1-4x+4x^2$

$C=(2t-5)(2t+5)$
$C=4t^2-25$

Exercice 2

$D=36x^2-36x+9$
$D=(6x)^2-2\times3\times6x+3^2$
$D=(6x+3)^2$

$E=144-81x^2$
$E=12^2-(9x)^2$
$E=(12-9x)(12+9x)$

$F=12t+9+4t^2$
$F=(2t)^2+2\times2t\times3+3^2$
$F=(2t+3)^2$

$G=(2x+5)^2-16$
$G=(2x+5)^2-4^2$
$G=[(2x+5)+4][(2x+5)-4]$
$G=(2x+5+4)(2x+5-4)$
$G=(2x+9)(2x+1)$

Exercice 3 On donne $H=(2x+5)^2-(2x+5)(x+3)$.

a.
$H=(2x+5)^2-(2x+5)(x+3)$
$H=4x^2+20x+25-(2x^2+6x+5x+15)$
$H=4x^2+20x+25-2x^2-6x-5x-15$
$H=2x^2+9x+10$

b.
$H=(2x+5)^2-(2x+5)(x+3)$
$H=(2x+5)[(2x+5)-(x+3)]$
$H=(2x+5)(2x+5-x-3)$
$H=(2x+5)(x+2)$

c. Pour $x=2$,
$H=2\times2^2+9\times2+10$
$H=2\times4+18+10$
$H=8+18+10$
$H=36$

Il est plus facile de calculer avec l'expression du a. ou éventuellement, celle du b. Toutefois, celle du départ, hormis l'avantage d'être forcément correcte, pose plus de difficultés lors du calcul numérique.

Exercice 4 On donne $Q=(t+5)^2-(t-5)^2$.

a.
$$Q=(t+5)^2-(t-5)^2$$
$$Q=t^2+10t+25-(t^2-10t+25)$$
$$Q=t^2+10t+25-t^2+10t-25$$
$$Q=20t$$

b.
$$10\,005^2-9\,995^2=(10\,000+5)(10\,000-5)$$
$$10\,005^2-9\,995^2=Q \text{ pour } t=10\,000$$
$$10\,005^2-9\,995^2=20\times 10\,000$$
$$10\,005^2-9\,995^2=200\,000$$

Exercice 5

a.
$$A=(6-2)^2-6^2+5\times 6-4$$
$$A=4^2-36+30-4$$
$$A=16-36+30-4$$
$$A=46-40$$
$$A=6$$

$$B=(7-2)^2-7^2+5\times 7-4$$
$$B=5^2-49+35-4$$
$$B=25-49+35-4$$
$$B=60-53$$
$$B=7$$

$$C=(10-2)^2-10^2+5\times 10-4$$
$$C=8^2-100+50-4$$
$$C=64-100+50-4$$
$$C=114-104$$
$$C=10$$

On retrouve toujours le nombre choisi au départ.

b.
Soit x le nombre choisi au départ.
$$D=(x-2)^2-x^2+5\times x-4$$
$$D=x^2-4x+4-x^2+5x-4$$
$$D=x$$

On retrouve donc toujours le nombre choisi au départ.

Racines carrées

Exercice 1

$\sqrt{3}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$; $2\sqrt{3}\times\sqrt{3}=2\times 3=6$; $\frac{\sqrt{300}}{5}=\frac{\sqrt{100\times 3}}{5}=\frac{\sqrt{100}\times\sqrt{3}}{5}=\frac{10\times\sqrt{3}}{5}=2\sqrt{3}$;

$\sqrt{3+3}=\sqrt{6}$; $\sqrt{12}=\sqrt{4\times 3}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

donc $\sqrt{3}+\sqrt{3}=\frac{\sqrt{300}}{5}=\sqrt{12}$.

Exercice 2

✈ $=(3-2\sqrt{2})^2+12\sqrt{2}=3^2-2\times 3\times 2\sqrt{2}+(2\sqrt{2})^2+12\sqrt{2}=9-12\sqrt{2}+8+12\sqrt{2}=17$, soit **R**

🖰 $=4\sqrt{7}+2\sqrt{63}-5\sqrt{28}=4\sqrt{7}+2\sqrt{9\times 7}-5\sqrt{4\times 7}=4\sqrt{7}+2\times 3\sqrt{7}-5\times 2\sqrt{7}=4\sqrt{7}+6\sqrt{7}-10\sqrt{7}=0$, soit **A**

💣 $=(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})=2\times 2-2\times\sqrt{2}+\sqrt{2}\times 2-\sqrt{2}\times\sqrt{2}=4-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-2=2$, soit **C**

🔔 $=\sqrt{100-36}=\sqrt{64}=8$, soit **I**

☠ $=\frac{\sqrt{98}+2\sqrt{18}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{49\times 2}+2\sqrt{9\times 2}}{\sqrt{2}}=\frac{7\sqrt{2}+6\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=7+6=13$, soit **N**

☺ $=\frac{\sqrt{8}\times\sqrt{12}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{4\times 2}\times\sqrt{4\times 3}}{\sqrt{6}}=\frac{2\times\sqrt{2}\times 2\times\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\frac{2\times 2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\frac{4\sqrt{2\times 3}}{\sqrt{6}}=\frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{6}}=4$, soit **E**

✈	🖰	💣	🔔	☠	☺
R	A	C	I	N	E

💣	🖰	✈	✈	☺	☺
C	A	R	R	E	E

Exercice 3

$x^2+3=28$
$x^2=28-3$
$x^2=25$
$x=5$ ou $x=-5$

Les solutions de l'équation $x^2+3=28$ sont 5 et -5.

Equations et inéquations

Exercice 1

a) $(6x+4)\times 2-9x-3=2$

$12x + 8 - 9x - 3 = 2$
$3x + 5 = 2$
$3x = 2 - 5$
$3x = -3$
$x = -1$

S = {-1 }

b) $\frac{2x-3}{8}=\frac{x-4}{6}$

$24 \times \frac{2x-3}{8}=\frac{x-4}{6}\times 24$
$3(2x - 3) = 4(x - 4)$
$6x - 9 = 4x - 16$
$6x - 4x = 9 - 16$
$2x = -7$
$x = -\frac{2}{7}$

S = {-2/7 }

c) $\frac{3x-7}{8}-\frac{5x-1}{16}=\frac{3-2x}{4}-1$

$2(3x - 7) - (5x - 1) = 4(3 - 2x) - 16 \times 1$
$6x - 14 - 5x + 1 = 12 - 8x - 16$
$x - 13 = -8x - 4$
$x + 8x = 13 - 4$
$9x = 9$
$x = 1$

S = { 1 }

d) $\sqrt{3}(x-\sqrt{2})+\sqrt{6}(\sqrt{2}x+3)=5\sqrt{6}$

$\sqrt{3}x-\sqrt{6}+\sqrt{6}\times\sqrt{2}x+3\sqrt{6}=5\sqrt{6}$
$\sqrt{3}x+\sqrt{3}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}x+2\sqrt{6}=5\sqrt{6}$
$\sqrt{3}x+2\sqrt{3}x=5\sqrt{6}-2\sqrt{6}$
$3\sqrt{3}x=3\sqrt{6}$
$x=\frac{3\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}$
$x=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
$x=\sqrt{2}$

S = { √2 }

Exercice 2

a) $(5x-3)(2x-1)=0$

$5x - 3 = 0$ ou $2x - 1 = 0$
$5x = 3$ $2x = 1$
$x = \frac{3}{5}$ $x = \frac{1}{2}$

S = {1/2 ; 3/5 }

.

c) $(x-2)^2-9=0$

$(x - 2)^2 - 3^2 = 0$
$(x - 2 - 3)(x - 2 + 3) = 0$
$(x - 5)(x + 1) = 0$

$x - 5 = 0$ ou $x + 1 = 0$
$x = 5$ $x = -1$

S = {-1 ; 5 }

b) $x^2-16=0$

$x^2 = 16$

$x = 4$ ou $x = -4$

S = {-4 ; 4 }

d) $5x^2=-5$

$x^2 = -1$

Un carré est toujours positif,
L'équation n'a donc pas de solution.

Exercice 3

a) $5x+2\leq 3x-3$

$5x - 3x \leq -3 - 2$
$2x \leq -5$
$x \leq -\frac{5}{2}$

S =]-∞ ; -5/2]

c) $\frac{2x}{3}<\frac{7+4x}{5}$ on multiplie chaque membre par 15

$5(2x) < 3(7 + 4x)$
$10x < 21 + 12x$
$-2x < 21$
$x > -\frac{21}{2}$ Attention on change le sens de l'inégalité quand on divise par un nombre strictement négatif

S =] -21/2 ; +∞ [

b) $2(-3x+1)-4(2x+3)<0$

- 6x + 2 – 8x – 12 < 0
- 14x – 10 < 0
- 14x < 10

x > $-\frac{10}{14}$

x > $-\frac{5}{7}$

S =]-5/7 ; +∞ [

d) $\frac{4x+1}{2} \geq \frac{-2x+3}{-4}$ on multiplie chaque membre par 4

2 (4x + 1) ≥ - (-2x + 3)

8x + 2 ≥ 2x - 3

8x – 2x ≥ - 3 - 2

6x ≥ - 5

x ≥ $-\frac{5}{6}$

S =] -5/6 ; +∞ [

Fonctions

Exercice 1

a) $g(6) = -5{,}3$

b) $g(-5) = 6$.

Exercice 2

a) 4 est l'image de 3

b) 5 est l'antécédent de 8

Exercice 3

a) $h(2) = 3$

$h(1) = 2$

b) L'image de 3 est 2.

Les antécédents de 2 sont 1 et 3.

Exercice 4

1) $g(3) = 2 \times 3 + 5 = 6 + 5 = 11$

2) On cherche c tel que $g(c)=10$ or on a $g(c)=2c+5$. Donc c est solution de l'équation

$2c + 5 = 10$ soit $2c = 5$

donc $c = \frac{2}{5}$

L'antécédent de 10 est $\frac{2}{5}$

Exercice 5

La courbe ci-contre est la représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto x^2 - x - 2$

a) $f(-2) = (-2)^2 - (-2) - 2$

$f(-2) = 4 + 2 - 2$

$f(-2) = 4$

b) A(2 ; 0) appartient à la courbe. On a donc $f(2) = 0$ c'est-à-dire que l'image de 2 est 0